

2014

13ème édition

DROLES DE MATHS !

le concours de mathématiques des collégiens,
ludique et solidaire

CORRIGE 4ème - 3ème

au profit des enfants défavorisés



1 à 5 réponses correctes par question

BAREME

Crédit :	120 pts
Proposition correcte cochée :	+3 pts
Proposition erronée cochée :	-2 pts

CALCULATRICE INTERDITE

OUTILS DE GEOMETRIE AUTORISES



Question n°1

Allez ouste, c'est parti, passons aux choses sérieuses, vous me faites 3 tours de polygone dans un sens, puis inversement. 1, 2, 1, 2... Attention aux angles !

Quand vous aurez fini, vous me donnerez parmi les nombres ci-dessous ayant leurs chiffres tous différents, le plus petit et le plus grand. Bonne chance !

A 12 123

B 10 234

C 20 134

D 21 341

E 12 324

Le nombre le plus petit est 10 234, il a bien ses chiffres tous différents.

Le plus grand est 21 341, mais ce nombre n'a pas ses chiffres tous différents.

Le plus grand nombre ayant ses chiffres tous différents est 20 134.

Parmi les nombres ayant leurs chiffres tous différents, le plus petit est 10 234 et le plus grand 20 134.

Les réponses correctes sont les réponses B et C.

Question n°2

Deux vers de terre prodiges âgés de 15 jours se nomment E et MC^2 , en hommage au grand Einstein. Ils s'amusent à compter combien de fois, au maximum, on peut ajouter des 10 sans que la somme obtenue dépasse 2 014.

Seras-tu aussi fort que ces 2 misérables vers de terre ?

A au moins 200 fois

B 201 fois

C 210 fois

D 2 001 fois

E 2 014 fois

On remarque que : $20 \times 10 = 2\,000$

Donc, on peut ajouter au moins 200 fois le nombre 10 sans atteindre 2 014.

Si on ajoute un nouveau 10 à 2 000, on obtient 2 010 qui est toujours plus petit que 2 014.

Mais si on ajoute encore une fois 10, on obtient 2 020, qui est supérieur à 2 014.

La réponse est donc 201 fois.

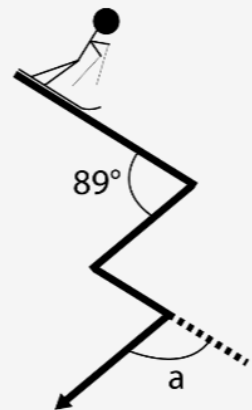
Au maximum, on peut ajouter 201 fois (au moins 200 fois) le nombre 10 sans que la somme obtenue dépasse 2 014.

Les réponses correctes sont les réponses A et B.

Question n°3

Symon est un drôle de skieur. Lorsqu'il skie, il prend des virages radicaux, toujours à 89° ; ainsi, ses trajectoires redeviennent toujours parallèles. C'est un malade ! Le schéma ci-contre illustre ses prouesses.

Combien mesure l'angle a , en degrés ?



A Moins de 89°

B 89°

C 90°

D 91°

E 180°

Les angles b_1 et b_2 sont alternes-internes, donc de même mesure : 89° .

Les angles b_2 et b_3 sont alternes-internes, donc de même mesure : 89° .

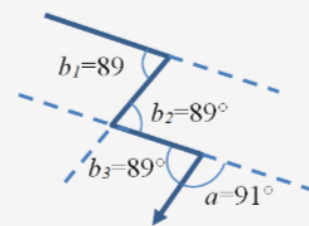
Les angles b_3 et a sont supplémentaires, donc :

$$a + b_3 = 180^\circ$$

$$\text{d'où } a = 180^\circ - b_3$$

$$\text{d'où } a = 180^\circ - 89^\circ$$

$$\text{d'où } a = 91^\circ$$



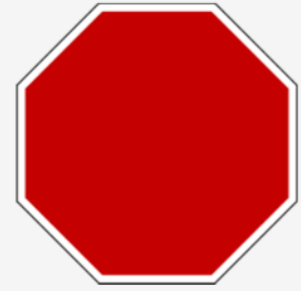
L'angle a mesure 91° .

La réponse correcte est la réponse D.

Question n°4

Un stop a des idées très... arrêtées. Il veut devenir feu tricolore. Il s'est déjà fait effacer le mot STOP. Avant l'intervention chirurgicale, il doit encore effectuer un bilan symétrique.

Que peut-on dire de S , le nombre de ses axes ou centres de symétrie ?



A $S = 4$

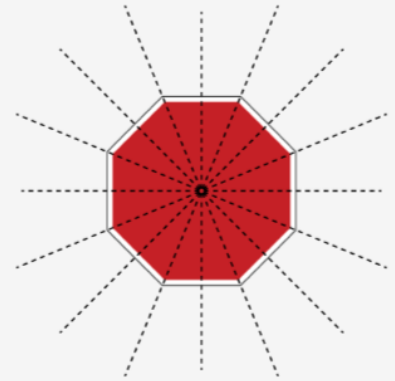
B $S = 5$

C $S \geq 6$

D $S = 9$

E $S = 12$

La figure possède 8 axes de symétrie et un centre de symétrie, le point O.

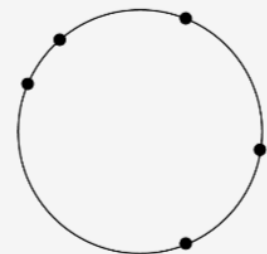


Le nombre S des axes ou centre de symétrie est 9, supérieur ou égal à 6.

Les réponses correctes sont les réponses C et D.

Question n°5

Aldo est atteint du toc napolitain. Avant de manger sa pizza mathématica, il place 5 points distincts à sa périphérie (voir schéma), puis il la découpe suivant chaque segment joignant l'un de ces points à un autre de ces points, sans oublier un seul segment.



A 4

B au moins 5

C 7

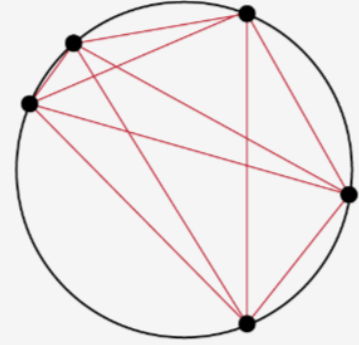
D au moins 9

E 11

Chacun des 5 points est relié aux 4 autres, ce qui représente $5 \times 4 = 20$ segments.

En comptant ainsi, on compte deux fois trop de segments car lorsque l'on compte par exemple [AB], on compte aussi [BA] qui représente le même segment (constitué des mêmes points).

On a donc en réalité seulement $\frac{20}{2} = 10$ segments.



~~Aido effectuera 10 traits de coupe, soit au moins 5 et au moins 9.~~

Les réponses correctes sont les réponses B et D.

Question n°6

Les Daltons ont mal vieillis, ils décident d'attaquer une charrette remplie de... navets ! Alors qu'ils sont cachés au bord de la route, à 50km du village, la charrette démarre du village, à 8h30, puis roule à la vitesse constante de 20km/h.

A quelle heure les Daltons attaqueront-ils la charrette ?

- A 2h30 B 9h20 C 9h40
- D 10h00 E 11h00

Méthode 1

A la vitesse moyenne de 20km/h, la charrette parcourt 20km en 1h et donc 10km en 0,5h. Par conséquent, pour effectuer 50km, il lui faudra : $1+1+0,5=2,5h$
Or, 2,5h c'est aussi 2h30min. Et 2h30 après 8h30, il sera 11h00.

Méthode 2

Appelons t , en heures, le temps nécessaire à la charrette pour parcourir 50km. A vitesse constante, la distance parcourue et le temps écoulé sont proportionnels. On a donc :

Distance parcourue (km)	20	50	↓ ÷
Durée (h)	1	t	20

On constate dans ce tableau qu'on passe de la distance en kilomètres à la durée en heures en divisant la distance par 20. Par conséquent, pour parcourir 50km, la charrette mettra

un temps $t = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} = 2,5h$, c'est-à-dire 2h30min.

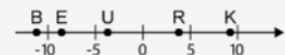
Et là encore, 2h30 après 8h30, il sera 11h00.

Les Daltons attaqueront donc la charrette à 11h00.

La réponse correcte est la réponse E.

Question n°7

« Hé, Manon, t'y comprends quelque chose, toi, aux nombres relatifs ? - Non, rien du tout. - Allez, fais un effort, t'es la seule qui a compris l'addition des sentiers ! »



Peux-tu aider Manon à trouver les deux points les plus proches du point M d'abscisse : $x = -5 - 3 - (-7 - 2)$?

A B

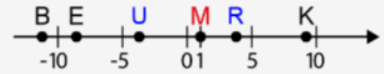
B E

C U

D R

E K

L'abscisse du point M vaut :



$$\begin{aligned}x &= -5 - 3 - (-7 - 2) \\&= -5 - 3 - (-9) \\&= -5 - 3 + 9 \\&= -8 + 9 \\&= 1\end{aligned}$$

Les deux points les plus proches de M sont donc les points U et R.

Les réponses correctes sont les réponses C et D.

Question n°8

Pakap, le terrible toboggan à eau, mesure 100m de long avec une pente de 40°! Nabilla, déguisée en saumon, le dévale à la vitesse de... 120km/h. Ouaahh !

Si la vitesse était proportionnelle à la pente, quelle serait sa vitesse avec une pente de 60° ?

A 140km/h

B 160km/h

C 180km/h

D 200km/h

E moins de 240km/h

240km/h correspondrait à un doublement de la vitesse, donc à un doublement de l'angle puisque nous sommes en situation de proportionnalité.

Or, l'angle passe seulement de 40° à 60°, donc la vitesse recherchée est inférieure à 240km/h.

Méthode 1

Appelons V la vitesse de Nabilla lorsque l'angle mesure 60°.

On a le tableau de proportionnalité suivant :

Angle (°)	40	60	↓ x
Vitesse (km/h)	120	V	3

On constate que, de manière proportionnelle, on passe de l'angle en degrés à la vitesse en km/h en multipliant l'angle par $120 \div 40 = 3$ (coefficient de proportionnalité).

Par conséquent, la vitesse avec un angle de 60° sera : $60 \times 3 = 180\text{km/h}$

Méthode 2

Dans le tableau de proportionnalité, on doit avoir :

$$\frac{V}{60} = \frac{120}{40}$$

d'où $V = 60 \times \frac{120}{40} = 60 \times 3 = 180$

Méthode 3

Lorsqu'il passe de 40° à 60°, l'angle est multiplié par $\frac{60}{40} = 1,5$.

Par conséquent, la vitesse est multipliée également par 1,5. On a : $120 \times 1,5 = 180$

Donc, si la vitesse était proportionnelle à la pente, la vitesse avec une pente de 60° serait inférieure à 240km/h, elle mesurerait très exactement 180km/h.

Les réponses correctes sont les réponses C et E.

Question n°9

Ce matin, on chahutait en classe et le prof a pris la mouche. Il nous a donné un exercice de... CP ! Au début, on a bien rigolé. Et puis...

En utilisant quatre fois le nombre 3, et comme seules opérations l'addition, la soustraction, la multiplication et la division (les parenthèses sont autorisées), on peut obtenir :

A 0

B 3

C 7

D 15

E 24

On a :

$$\underline{3 - 3} + 3 - 3 = 0 + \underline{3 - 3} = 0$$

$$\underline{3 \times 3} - (\underline{3 + 3}) = 9 - 6 = 3$$

$$3 + 3 + \underline{3 \div 3} = \underline{3 + 3} + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$(\underline{3 + 3}) \times 3 - 3 = \underline{6 \times 3} - 3 = 18 - 3 = 15$$

$$\underline{3 \times 3} \times 3 - 3 = \underline{9 \times 3} - 3 = 27 - 3 = 24$$

Donc, en utilisant quatre fois le nombre 3 et à l'aide des opérations proposées, on peut obtenir 0, 3, 7, 15 ou 24.

Les réponses correctes sont les réponses A, B, C, D et E.

Question n°10

Chez les dauphins du désert, une espèce improbable, une famille est respectée lorsque chaque enfant a au moins 2 frères et 3 sœurs.

Combien une famille de dauphins du désert doit-elle avoir d'enfants au minimum pour être respectée ?

A au moins 5

B 6

C 7

D 8

E 9

Une fille doit avoir 3 sœurs, donc les filles doivent être au moins 4.

Un fils doit avoir 2 frères, donc les frères doivent être au moins 3.

Ainsi, une famille de dauphins du désert respectée aura au minimum $4+3=7$ enfants, soit au moins 5.

Les réponses correctes sont les réponses A et C.

Question n°11

Sophie se déplace toujours en girafe ; pratique dans les embouteillages ! En revenant de l'école, elle attache l'animal à un coin extérieur de sa maison carrée de côté 16m, à l'aide d'une laisse de longueur 4m.

De quelle aire dispose la bête pour se promener, à $2m^2$ près ? (allez, c'est cadeau, on prendra 3 comme valeur approchée de π)

- A $18m^2$ B $24m^2$ C $36m^2$
 D $48m^2$ E $72m^2$

La surface dans laquelle peut évoluer la girafe correspond aux trois quarts de la surface d'un disque de rayon $r = 4m$.

L'aire A recherchée, en m^2 , est donc :

$$A \simeq \frac{3}{4}\pi r^2$$

d'où $A \simeq \frac{3}{4} \times 3 \times 4^2$

d'où $A \simeq \frac{3 \times 3 \times 4 \times 4}{4}$

d'où $A \simeq 36$



L'aire dont disposera la girafe mesure approximativement $36m^2$ (à $2m^2$ près).

La réponse correcte est la réponse C.

Question n°12

Pour être admis chez les Décabuzz, il faut mesurer exactement 10 buzz. Pour atteindre cet objectif, certains nombres n'hésitent pas à se faire réduire. Mais parfois, cela ne fonctionne pas, ils doivent se faire réduire une seconde fois !

Qui sera admis chez les Décabuzz ?

- A 0,1% de 10 000 buzz B 50% de 50% de 40 buzz C 20% de 25% de 200 buzz
 D 100% de 100 buzz E 5% de 20% de 800 buzz

On a :

pour 0,1% de 10 000 buzz

$$\frac{0,1}{100} \times 10\,000 = \frac{0,1 \times 10\,000}{100} = 10$$

pour 50% de 50% de 40 buzz

$$\frac{50}{100} \times \frac{50}{100} \times 40 = \frac{50 \times 50 \times 40}{100 \times 100} = \frac{100}{10} = 10$$

pour 20% de 25% de 200 buzz

$$\frac{20}{100} \times \frac{25}{100} \times 200 = \frac{20 \times 25 \times 200}{100 \times 100} = \frac{100}{10} = 10$$

pour 100% de 100 buzz

$$\frac{100}{100} \times 100 = 1 \times 100 = 100$$

pour 5% de 20% de 800 buzz

$$\frac{5}{100} \times \frac{20}{100} \times 800 = \frac{5 \times 20 \times 800}{100 \times 100} = \frac{10 \times 8}{10} = 8$$

0,1% de 10 000 buzz, 50% de 50% de 40 buzz et 20% de 25% de 200 buzz seront admis chez les Décabuzz.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et C.

Question n°13

L'âne d'Adèle a avalé une carotte de travers, il fait la tête. Adèle doit le faire avancer d'exactly 5 mètres. Elle essaie de le motiver en lui offrant des pommes. A chaque pomme, elle a le choix entre le faire avancer de 4 mètres, le faire avancer de 7 mètres ou le faire reculer de 3 mètres.

Quel est le nombre minimum de pommes qu'elle doit donner à son âne ?

A au moins 2

B 3

C 4

D au moins 5

E au moins 6

Examinons les déplacements possibles (en mètres) lorsqu'Adèle donne des pommes à son âne.

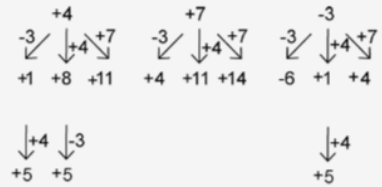
Le schéma ci-contre montre qu'après avoir absorbé 2 pommes, l'âne peut avoir avancé de :

1m, 8m, 11m, 4m, 14m ou -6m, mais pas de 5m.

Adèle doit donc donner à son âne au moins 2 pommes, mais cela ne suffit pas.

Il faut donner à l'âne une troisième pomme.

Par exemple, lorsque l'âne s'est déplacé de 4m, puis de -3m, donc, au total, de 1m, il suffit qu'à la 3^{ème} pomme il avance de 4m pour atteindre une distance totale de 5m.



Adèle doit donner au moins 2 pommes à son âne, même 3, au minimum.

Les réponses correctes sont les réponses A et B.

Question n°14

Tiens, regarde ton voisin. Tu crois que sa question est plus facile que la tienne ? Allez, un peu de courage, tu vas tous les caraméliser !

Pour quelles valeurs de l'entier n l'inégalité $\frac{3}{12} < \frac{n}{18} < \frac{5}{12}$ est-elle vraie ?

A 4

B 5

C 6

D 8

E 9

Il s'agit de comparer les trois fractions :

$$\frac{3}{12}, \frac{n}{18} \text{ et } \frac{5}{12}$$

Pour cela, il peut être pratique de les transformer pour qu'elles aient le même dénominateur en prenant comme dénominateur un multiple de 12 et 18, par exemple 36.

On a :

$$\frac{3}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 12} = \frac{9}{36} \quad \frac{n}{18} = \frac{2 \times n}{2 \times 18} = \frac{2n}{36} \quad \frac{5}{12} = \frac{3 \times 5}{3 \times 12} = \frac{15}{36}$$

Il s'agit maintenant de trouver pour quelles valeurs de n on a :

$$\frac{9}{36} < \frac{2n}{36} < \frac{15}{36}$$

Ces trois fractions ayant le même dénominateur positif, l'inégalité est vraie si leurs numérateurs tous positifs sont rangés dans le même ordre : $9 < 2n < 15$.

Les propositions $n = 5$ et $n = 6$ conviennent car elles donnent pour $2n$ les valeurs 10 et 12 qui sont bien comprises entre 9 et 15.

Les propositions $n = 4$, $n = 8$ et $n = 9$ ne conviennent pas car elles donnent pour $2n$ des valeurs plus petites que 9 ou plus grandes que 15.

L'inégalité $\frac{3}{12} < \frac{n}{18} < \frac{5}{12}$ est donc vraie pour les entiers $n = 5$ et $n = 6$.

Les réponses correctes sont les réponses B et C.

Question n°15

Dans une classe de 42 poulpes à roulettes, mâles ou femelles, il y a 2 fois plus de femelles que de mâles et 2 fois plus de mâles que de poulpes à 3 roulettes.

Que peut-on dire de p , le nombre de poulpes à 3 roulettes ?

A $p = 21$

B $2p < 42$

C $3 \leq p \leq 6$

D $7 \leq p \leq 10$

E $11 \leq p \leq 15$

Les poulpes à 3 roulettes sont des femelles ou des mâles.

D'après l'énoncé, si le nombre de poulpes à 3 roulettes est p , alors le nombre de mâles est $2p$ et le nombre de femelles $2 \times 2p = 4p$.

Comme il y a moins de mâles que le nombre total de poulpes, on a forcément : $2p < 42$

Le nombre total de poulpes, 42, est égal à la somme du nombre de mâles et du nombre de femelles.

On a donc :

$$\begin{aligned} 2p + 4p &= 42 \\ \text{d'où } 6p &= 42 \\ \text{d'où } p &= \frac{42}{6} = 7 \end{aligned}$$

Le nombre de poulpes à 3 roulettes est 7, qui est compris entre 7 et 10 au sens large.

On peut dire de p , le nombre de poulpes à 3 roulettes que : $2p < 42$ et $7 \leq p \leq 10$

Les réponses correctes sont les réponses B et D.

Question n°16

Au cours d'une plongée, le cœur de See Rayne, mi-f lle, mi-dauphin, adopte un rythme régulier de 16 pulsations par minute. Mais ce jour-là, See plonge avec son chéri, un beau thon de 300kg, et son cœur bat 25% plus vite.

Combien de fois son cœur battra-t-il si la plongée dure 5,3min ?

- A 20 B 53 C $16,25 \times 5,3$
- D entre 99 et 102 E entre 104 et 107

Inspirons un bon coup, c'est parti, 5,3 minutes suff ront largement !

Le cœur de See bat 25% plus vite que son rythme habituel en plongée :

Son rythme en pulsations par minute est donc :

$$16 + \frac{25}{100} \times 16 = 16 + \frac{25 \times 4 \times 4}{100} = 16 + \frac{\cancel{100} \times 4}{\cancel{100}} = 16 + 4 = 20$$

Méthode 1

C'est un simple problème de proportionnalité entre la durée de la plongée et le nombre de pulsations. Appelons p le nombre de pulsations pendant la plongée.

Temps (en min)	1	5,3	↓ x
Pulsations	20	p	20

On constate que l'on passe du temps en minutes au nombre de pulsations en multipliant le temps par 20 (coeff cient de proportionnalité).

Par conséquent, le nombre de pulsations p en 5,3min sera : $5,3 \times 20 = 106$

Méthode 2

Dans le tableau de proportionnalité, on doit avoir :

$$\frac{p}{5,3} = \frac{20}{1}$$

$$\text{d'où } p = 5,3 \times \frac{20}{1}$$

$$\text{d'où } p = 106$$

Méthode 3

Le cœur de See bat à 20 pulsations par minute (60 secondes), soit, en divisant par 20, 1 pulsation toutes les 3s en moyenne.

Par ailleurs, 0,3min, c'est, en secondes : $0,3 \times 60 = 18\text{s}$

Donc, pendant les 5 premières minutes, le cœur de See battra $5 \times 20 = 100$ fois.

Et pendant les 18s suivantes il battra : $18 \div 3 = 6$ fois. Soit au total, $100 + 6 = 106$ fois.

Si la plongée dure 5,3min, le cœur de See battra 106 fois, soit entre 104 et 107 fois.

La réponse correcte est la réponse E.

Question n°17

Dans une salade pâtématique, on a placé 200 pâtes en forme de X ou de Y. Parmi elles, il y a au moins une X, mais si on en prend trois au hasard, il y a toujours au moins une Y.

Combien peut-il y avoir de pâtes Y dans la salade ?

A 1

B 2

C 100

D 198

E 199

Si on prend 3 pâtes au hasard, il y a toujours au moins 1 pâte Y.
C'est donc qu'il n'est pas possible de choisir 3 pâtes X parmi les 200 pâtes. Et donc qu'il ne peut pas y avoir plus de 1 ou 2 pâtes X dans la salade. En conséquence, la salade comporte 198 ou 199 pâtes Y.

Il peut y avoir 198 ou 199 pâtes Y dans la salade.

Les réponses correctes sont les réponses D et E.

Question n°18

« Prenez 26 nombres quelconques que vous nommerez de a à z, et calculez :

$$\frac{(x^2 - a^2)(x^2 - b^2)(x^2 - c^2) \dots (x^2 - y^2)(x^2 - z^2)}{(1 + a^2 + 2b^2 + 3c^2 + \dots + 25y^2 + 26z^2)}$$
 Vous avez 4 heures ! - Euh, elle a pété un câble, la prof ? »

On peut dire de cette expression qu'elle est :

- A positive B négative C paire
 D égale à son inverse E égale à 1

Quelle que soit la valeur du nombre x, le numérateur vaut 0 car son facteur $(x^2 - x^2)$ vaut 0. Par conséquent, l'expression complète vaut 0. Or, 0 est un nombre positif, négatif, pair, qui n'a pas d'inverse.

On peut donc dire de cette expression qu'elle est positive, négative et paire.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et C.

Question n°19

Attention, voici la question la plus drôle de l'histoire du concours ! Beaucoup d'élèves, victimes d'une crise (nerveuse) de rire ont fini aux urgences.

Que peut-on dire de l'entier n tel que $(-8)^8 = 64^n$? (on rappelle que

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$$

- A $n < 8$ B $4 \leq n < 6$ C $6 \leq n \leq 8$
 D $8 < n < 16$ E $16 < n \leq 64$

Méthode 1

On développe le premier membre :

$$\begin{aligned}(-8)^8 &= \underbrace{(-8) \times (-8)} \times \underbrace{(-8) \times (-8)} \times \underbrace{(-8) \times (-8)} \times \underbrace{(-8) \times (-8)} \\ &= 64 \times 64 \times 64 \times 64 \\ &= 64^4\end{aligned}$$

Ce qui donne 4 pour la valeur de n .

Méthode 2

Comme l'exposant 8 est pair, la quantité $(-8)^8$ est égale à 8^8 .
8 étant plus petit que 64, l'égalité $8^8 = 64^n$ indique que $n < 8$.

On a :

$$8^8 = 8^{2 \times 4} = (8^2)^4 = 64^4$$

On peut en déduire que $n = 4$.

On peut dire de l'entier n tel que $(-8)^8 = 64^n$ que $n < 8$ et $4 \leq n < 6$.

Les réponses correctes sont les réponses A et B.

Question n°20

Dis donc Fumisto, VIENS ICI ! Qu'est-ce que c'est ce dessin sur ton cahier de géométrie ? Ben... c'est un papillon – Ecoute f ston, tu vas me calculer la somme des angles marqués sur ton dessin, tu l'appelleras S , comme Sagouin, et après tu iras t'acheter une règle, compris ?



Que peut-on dire de S ?

A $S = 360^\circ$

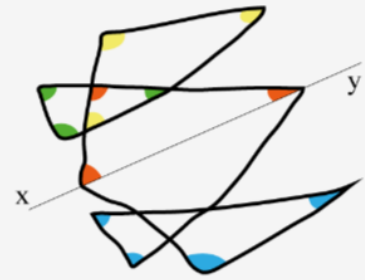
B $S = 680^\circ$

C $S = 720^\circ$

D $S = 760^\circ$

E $S = 1\,440^\circ$

La demi-droite (xy) partage la figure en deux sous-figures de même « forme », le raisonnement que nous allons mener pour la partie supérieure valant également pour la partie inférieure.



Dans la sous-figure supérieure et pour chacun des 3 triangles matérialisés par des angles de couleur, la somme des mesures des angles est égale à 180° , donc, pour ces trois triangles, une somme de $3 \times 180 = 540^\circ$. Si on enlève maintenant la somme des angles du petit triangle intérieur

(un angle de chaque couleur), soit 180° , on obtient $540 - 180 = 360^\circ$.

Si maintenant, après avoir raisonné de la même manière pour le triangle inférieur, on ajoute la somme de tous ces angles,

on obtient précisément la somme S demandée :

$$S = 360^\circ + 360^\circ = 720^\circ$$

On peut donc dire que la somme S vaut 720° .

La réponse correcte est la réponse C.