S2

2020

19e édition

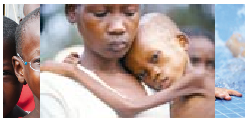
DROLES DE MATHS !

le concours de mathématiques des collégiens,

ludique et solidaire

CORRIGÉ 4e - 3e

au profit des enfants défavorisés



ACTION COLI'DAIRE

1 à 5 réponses correctes par question BAREME		CALCULATRICE INTERDITE
Crédit :	120 pts	OUTILS DE GEOMETRIE AUTORISES
Proposition correcte cochée :	+3 pts	
Proposition erronée cochée :	-2 pts	

(C) Drôles de Maths - 19 rue de la Villette - 69003 Lyon
Email : contact@drolesdemaths.org // drolesdemaths.org

Question n°1

« Ça alors, c'est Ariane, qu'est-ce que tu fais là ? – J'ai raté ma figure au trampoline, j'ai été satellisée, je passe au-dessus de Paris toutes les deux heures. »

Combien de fois Ariane survole-t-elle la tour Eiffel, chaque jour ?

A 2
B 24 x 2
C 24 ÷ 2
D 12
E 48

Chaque jour est constitué de 24 heures.
Par conséquent, chaque jour, le nombre de fois où Ariane passe au-dessus de la tour Eiffel, au rythme de 1 fois toutes les 2 heures, est :

$$\frac{24}{2} = 12$$

Chaque jour, Ariane survole 12 fois la Tour Eiffel.

Question n°2

Coco ? Coco !!! Pourquoi tu te caches ? Dis-moi, Coco, 2020, ne serait-ce pas l'année du multiple ? Allez, au boulot !
2020 est un multiple de :

A 3
B 5
C 10
D 20
E 405

Si on décompose 2020 en facteurs, on obtient :

2 020 = 2 x 1 010 = 2 x 2 x 505 = 2 x 2 x 5 x 101

On en déduit que 2020 est un multiple de 2, de 5, de 2 x 5 = 10 et aussi de 2 x 2 x 5 = 20.
Ce n'est pas un multiple de 3, d'ailleurs la somme de ses chiffres – 2 + 0 + 2 + 0 = 4 – n'est pas un multiple de 3.

2020 est un multiple de 5, 10 et 20.

Question n°3

Hier c'était dimanche. Avec mes copines de 3e, on a fait une journée Peppa Pig ! 222 épisodes à la suite, de 4h30 du matin à 11h30 du soir. Avec une petite pause de 30min, on est raisonnable quand même.
Combien de temps avons-nous passé devant l'écran ?

- A 6h30min
- B 7h
- C 18h30min
- D 18,5h
- E 23h

Sur une échelle de 24h, 11h30 du soir, c'est 23h30min.

Le temps écoulé entre 4h30 et 23h30 est : 23h30min – 4h30min = 19h.

En enlevant la pause de 30min, on obtient 18h30min, qui peut également s'écrire 18,5h, puisque 30min représente la moitié d'une heure, soit 0,5h.

Nous avons passé 18h30min devant l'écran, ou encore 18,5h.

Question n°4

Deux aventurières rament sur l'Amazone pendant les deux huitièmes de leur voyage. Un féroce crocodile les attaque. Elles le repoussent à coups de pagaies, mais doivent poursuivre à pied.

Pendant quelle proportion de leur voyage vont-elles marcher ?

- A 2 ÷ 8
- B 2 ÷ 10
- C 6 ÷ 8
- D 8 ÷ 10
- E 75%

Au moment de l'incident, les aventurières ont ramé pendant deux huitièmes $\left(\frac{2}{8}\right)$ de leur voyage. Il leur reste donc six huitièmes $\left(\frac{6}{8}\right)$ du voyage à accomplir à pied.

On a alors :

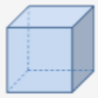
$$\frac{6}{8} = \frac{2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

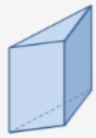
Les aventurières ont marché durant $\frac{6}{8}$ de leur voyage, soit 75%.

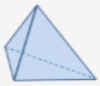
Question n°5

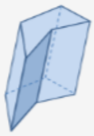
Les sommets, les faces, les arêtes, tu maîtrises ? Facile, facile ?
Alors, quelles sont la ou les figures pour lesquelles le nombre d'arêtes vaut 1,5 fois le nombre de sommets ?

A 

B 

C 

D 

E 

La pyramide

Nombre de sommets : 4 + 1 = 5
Nombre d'arêtes : 4 + 4 = 8
Et on a : 1,5 x 5 = 7,5 ≠ 8

Le cube

Nombre de sommets : 4 + 4 = 8
Nombre d'arêtes : 4 + 4 + 4 = 12
Et on a : 1,5 x 8 = 12

La prisme droit

Nombre de sommets : 3 + 3 = 6
Nombre d'arêtes : 3 + 3 + 3 = 9
Et on a : 1,5 x 6 = 9

Le tétraèdre

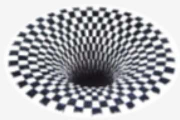
Nombre de sommets : 3 + 1 = 4
Nombre d'arêtes : 3 + 3 = 6
Et on a : 1,5 x 4 = 6

La prisme oblique

Nombre de sommets : 5 + 5 = 10
Nombre d'arêtes : 5 + 5 + 5 = 15
Et on a : 1,5 x 10 = 15

Les figures pour lesquelles le nombre d'arêtes vaut 1,5 fois le nombre de sommets sont le cube, le prisme droit, le tétraèdre et le prisme oblique.

Question n°6



Cette année, on innove à Drôles de Maths, on hypnotise les candidats. Attention aux yeux et gare au vertige !
En allant de l'extérieur vers l'intérieur, combien les 3 premiers anneaux comportent-il de cases noires, au total ?

- A 31
- B 32
- C 90
- D 95
- E 96

Si l'on observe cette figure non pas sous la forme d'anneaux de même centre, mais comme une suite de bandelettes venant de la périphérie et plongeant à l'intérieur du puits, on constate que chaque bandelette est constituée alternativement d'une case noire, d'une case blanche, d'une case noire, d'une case blanche et ainsi de suite.

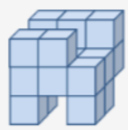
On en déduit que chaque anneau comporte le même nombre de cases noires que de cases blanches.

On compte sur l'anneau extérieur 32 cases noires.
Donc, pour 3 anneaux :

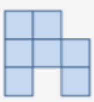
$3 \times 32 = 96$

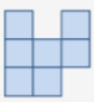
Les 3 premiers anneaux comportent au total 96 cases noires.

Question n°7

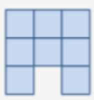


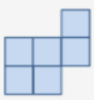
Rub Heek passe un entretien d'embauche chez Drôles de Cubes, l'Empereur du cube. On lui demande de dessiner différentes faces de l'objet ci-contre.
Quelle(s) faces(s) sont correcte(s) ?

A 

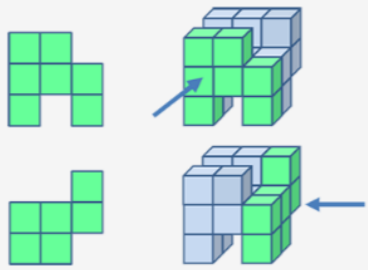
B 

C 

D 

E 

Voici les faces correctes de l’objet :



Les faces correctes sont les faces avant et droite de l’objet.

Question n°8

Yann a noté la copie de sa voisine : $\frac{3}{5}+\frac{12}{15}=\frac{15}{20}$.
Arrive Dr Maths : « Nom d’un quadrilatère à roulettes &#*%§, qui a écrit cette immonde bêtise ?! »

En mathématiques, combien vaut la somme $\frac{3}{5}+\frac{12}{15}$?

- A $\frac{15}{20}$
- B $\frac{15}{5}$
- C $\frac{15}{15}$
- D $\frac{15}{10}$
- E $\frac{21}{15}$

On ne peut ajouter que des fractions ayant le même dénominateur.

On a :

$$\frac{3}{5}=\frac{3\times3}{3\times5}=\frac{9}{15}$$

d'où

$$\frac{3}{5}+\frac{12}{15}=\frac{9}{15}+\frac{12}{15}=\frac{9+12}{15}=\frac{21}{15}$$

En mathématiques, la somme $\frac{3}{5}+\frac{12}{15}$ vaut $\frac{21}{15}$.

Question n°9

La tension est à son maximum. Si le dé à six faces lancé par Leila indique un multiple de 3, elle devra partager son téléphone avec son frère. Dans le sens de la longueur !

Combien de chances y a-t-il pour que le partage se fasse ?

- A 1 sur 2
- B 1 sur 3
- C 2 sur 3
- D 2 sur 4
- E 2 sur 6

Sur un dé à 6 faces, 2 faces sur 6 sont marquées d'un chiffre multiple de 3, la face 3 et la face 6.
Chaque face étant équiprobable, la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc 2 sur 6, ou encore 1 sur 3.

Le téléphone de Leila a 2 chances sur 6 ou encore 1 chance sur 3 d'être partagé.

Question n°10

Un groupe de *trolls* se décompose en deux sous-groupes, les *trrrr* et les *ollls*. Les *trrrr* sont 500, les *ollls* sont 1 000. L'effectif des *trrrr* croît de 50%, celui des *ollls* diminue de 25%.

Désormais :

- A Il y a plus de *trrrr* que de *ollls*
- B Il y a plus de *ollls* que de *trrrr*
- C Il y a autant de *trrrr* que de *ollls*
- D L'effectif total des *trolls* a augmenté
- E L'effectif total des *trolls* est inchangé

Puisque l'effectif des *trrrr* a cru de 50%, les *trrrr* sont désormais :

$$500 + \frac{50}{100} \times 500 = 500 + \frac{50 \times 500}{100} = 500 + 250 = 750$$

L'effectif des *ollls* a diminué lui de 25%, les *ollls* sont désormais :

$$1\ 000 - \frac{25}{100} \times 1\ 000 = 1000 - \frac{25 \times 1\ 000}{100} = 1\ 000 - 250 = 750$$

Il y a donc désormais autant de *trrrr* que de *ollls*.

Le nombre de *trolls* reste inchangé.
Il y en avait au départ :

500 + 1 000 = 1 500

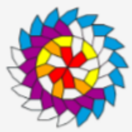
Il y en a maintenant :

750 + 750 = 1 500

Il y a désormais autant de *trrrr* que de *ollls*, et le nombre de *trolls* reste inchangé.

Question n°11

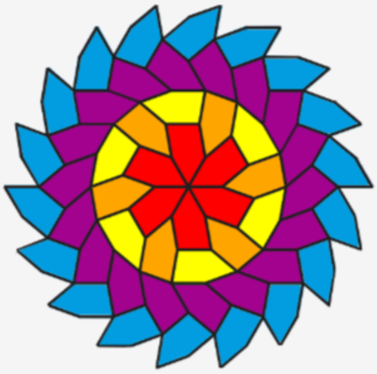
Tonton, il est stylé. Il fait tatouer sur son crâne tondu un magnifique pavage régulier. De 11h30 à 12h, le tatoueur a coloré une certaine proportion des motifs (voir ci-contre).



Au même rythme, à quelle heure aura-t-il coloré entièrement la figure ?

A 12h10	B 12h15	C 12h20
D 12h25	E 12h30	

On peut voir le tatouage comme une surface constituée de 5 couronnes de pentagones tous identiques, bleue, violette, orange, jaune et rouge



A 12h, au bout de 30min, le tatoueur a coloré, de l'extérieur de la figure vers l'intérieur :

12 motifs sur 18 sur la couronne bleue ;
12 motifs sur 18 sur la couronne violette ;
4 motifs sur 6 sur la couronne orange ;
4 motifs sur 6 sur la couronne jaune ;
4 motifs sur 6 sur la couronne rouge.

On constate que le tatoueur, en 30min, a coloré $\frac{2}{3}$ des motifs de chaque couronne. En effet, on a :

$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{3}\times 4}{\cancel{3}\times 6} = \frac{4}{6} \text{ puis } \frac{4}{6} = \frac{\cancel{2}\times 2}{\cancel{2}\times 3} = \frac{2}{3}$$

Il lui reste donc $\frac{1}{3}$ des motifs à colorer, c'est-à-dire 2 fois moins que ce qu'il a déjà coloré.

Par proportionnalité, il lui faudra : $\frac{1}{2} \times 30 = 15$min

Le tatoueur aura coloré entièrement la figure à 12h15.

Question n°12

Quoi, comment ? En voilà de drôles de nombres, « abondants » ! 12 est un nombre abondant car la somme de ses diviseurs stricts (autres que lui-même) est strictement supérieur à ce nombre. On a : 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 et on a bien 16 > 12.
Quel est ou quels sont les nombres abondants ?

A 11
B 15
C 20
D 24
E 28

Pour 11

Ses diviseurs stricts (autres que 11) sont : 1, et c'est tout.
Leur somme vaut :

1 et $1 \leq 11$.

donc 11 n'est pas un nombre abondant.

Pour 15

Ses diviseurs stricts (autres que 15) sont : 1, 3 et 5.
Leur somme vaut :

$1 + 3 + 5 = 9$ et $9 \leq 15$.

donc 15 n'est pas un nombre abondant.

Pour 20

Ses diviseurs stricts (autres que 20) sont : 1, 2, 4, 5 et 10.
Leur somme vaut :

$1 + 2 + 4 + 5 + 10 = 22$ et $22 > 20$.

donc 20 est un nombre abondant.

Pour 24

Ses diviseurs stricts (autres que 24) sont : 1, 2, 3, 4, 6, 8, et 12.
Leur somme vaut :

$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 = 36$ et $36 > 24$.

donc 24 est un nombre abondant.

Pour 28

Ses diviseurs stricts (autres que 28) sont : 1, 2, 4, 7, et 14.
Leur somme vaut :

$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$ et $28 = 28$.

donc 28 n'est pas un nombre abondant, mais encore mieux, il est parfait !

Les nombres abondants sont 20 et 24.

Question n°13

Pop ! D'après Albert, tout objet immobile possède une énergie égale à mC^2 (en joules), où m représente la masse de l'objet en kg et C la vitesse de la lumière en m/s (300 000 000m/s). Ça décoiffe !

Bon, alors, combien un grain de pop-corn immobile de masse m = 1g possède-t-il d'énergie, en joules ?

A $1 \times 300\,000\,000^2$

B $0{,}001 \times 300\,000\,000^2$

C 900 000

D 300 000 000

E 90 000 000 000 000

Avant tout calcul, il faut uniformiser les unités.
La formule $E = mC^2$ est valide pour m exprimée en kg et C en m/s.
La masse du grain de pop-corn est : 1g = 0,001kg En appliquant la formule d'Einstein, son énergie est alors égale, en joules, à :

Calcul décimal

$$\begin{aligned} E &= mC^2 \\ &= \mathbf{0,001 \times 300\ 000\ 000^2} \\ &= 0,001 \times 300\ 000\ 000 \times 300\ 000\ 000 \\ &= 0,001 \times 3 \times 3 \times 100\ 000\ 000 \times 100\ 000\ 000 \\ &= 9 \times 10\ 000\ 000\ 000\ 000 \\ &= \mathbf{90\ 000\ 000\ 000\ 000} \end{aligned}$$

Calcul avec les puissances

$$\begin{aligned} E &= mC^2 \\ &= 10^{-3} \times \left(3 \times 10^8\right)^2 \\ &= 10^{-3} \times 3^2 \times \left(10^8\right)^2 \\ &= 3^2 \times 10^{-3} \times 10^{8\times2} \\ &= 9 \times 10^{-3+16} \\ &= 9 \times 10^{13} \\ &= \mathbf{90\ 000\ 000\ 000\ 000} \end{aligned}$$

Au repos, un grain de pop-corn de 1g possède une énergie théorique de 0,001 x 300 000 000^{2}joules, ou encore 90 000 000 000 000 joules.

Question n°14

« Ding dong, dit l'horloge, il est l'heure. » Oui, mais laquelle ? Là réside le problème. Aujourd'hui, le nombre d'heures déjà écoulées est le tiers du nombre d'heures restantes.
Quelle heure est-il ?

A Entre 5h et 9h
B Entre 10h et 15h
C Entre 17h et 20h
D Une heure paire
E Une heure impaire

Méthode 1

La journée est composée du nombre d'heures écoulées et du nombre d'heure restantes.
Si le nombre d'heures déjà écoulées est le tiers du nombre d'heures restantes, c'est que le nombre d'heures restantes vaut 3 fois le nombre d'heures écoulées.
La journée de 24h est donc composée de 1 fois le nombre d'heures écoulées et de 3 fois le nombre d'heures écoulées, soit 4 fois le nombre d'heures écoulées.

Le nombre d'heures écoulées est donc : $\frac{24}{4} = 6$

Il est 6h, une heure paire.

Méthode 2

On utilise des équations (algèbre).

Pour cela, appelons *t* le nombre d'heure écoulées.

Mathématiquement, l'énoncé peut s'écrire :

$$t + 3t = 24$$
$$\text{d'où } (1+3)t = 24$$
$$\text{d'où } 4t = 24$$
$$\text{d'où } t = \frac{24}{4} = 6$$

Il est donc 6h, une heure paire située entre 5h et 9h.

Question n°15

Trois 0,5 un peu nerveux croisent 12,5 et menacent de le diviser. Celui-ci, qui rêve de grandeur, leur répond : « Même pas cap ! ». Pas très malins, les trois 0,5 lui sautent alors dessus et le divisent chacun à leur tour par 0,5.
Que devient 12,5 ?

A Plus petit
B Plus grand
C 0,01
D 100
E 125

Question n°16

C, une bouteille ? Ouaah, trop stylé, j'adore ! Bien, considérons que deux endroits de cet objet sont sur une même face si on peut aller de l'un à l'autre sans franchir une arête.

On peut affirmer que cet objet ?

A est une illusion d'optique

B peut être fabriqué

C possède 0 face

D possède 1 seule face

E possède 2 faces

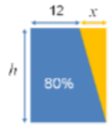
Cette bouteille étrange a été proposée par le mathématicien allemand Félix Klein en 1882, on l'appelle bouteille de Klein. Elle peut tout à fait être fabriquée, comme le montre le schéma ci-contre.

On peut se convaincre que l'on peut aller d'un point quelconque de la surface à n'importe quel autre point sans jamais franchir une « arête » (une fourmi pourrait se rendre en n'importe quel point de la surface de l'objet sans jamais franchir une arête).
Elle ne possède donc qu'une face.

Cet objet est constructible et possède 1 seule face.

Question n°17

Pour ceux qui aiment les enquêtes policières, la recherche de la vérité, la traque de l'inconnue, vous allez adorer ! Ou pas… Sur la figure ci-contre, l'aire de la partie bleue mesure 80% de l'aire du grand rectangle.



Que peut-on affirmer ?

A x n'est pas un entier

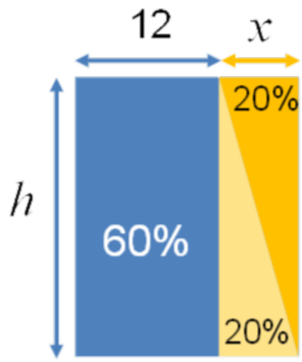
B x est impair

C x est pair

D x est multiple de 3

E x ne dépend pas de h

L'aire de la partie orange foncé représente 20% de l'aire totale.
Donc l'aire du rectangle constitué par les 2 triangles orange foncé et clair représente 40% de l'aire totale, alors que l'aire du rectangle bleu représente 60% de l'aire totale.



Méthode 1

Comme l'aire *A* d'un rectangle de largeur *L* et de longueur ***h*** vaut *A* = *L* **x** ***h***, pour une longueur ***h*** donnée, les aires des rectangles bleu et orange sont proportionnelles à leurs largeurs.

Les aires étant dans la proportion $\frac{40}{60} = \frac{2\times 20}{3\times 20} = \frac{2}{3}$, les largeurs, *x* et 12, sont dans la même proportion.
On a alors :

$$\frac{x}{12} = \frac{2}{3}$$
$$\text{d'où } x = \frac{2}{3}\times 12$$
$$\text{d'où } x = \frac{2\times 4\times\mathbf{3}}{\mathbf{3}} = 8$$

Et on constate que la valeur de *h* n'a joué aucun rôle dans ce raisonnement.

Méthode 2

En unités d'aire, l'aire totale du grand rectangle mesure $(12+x)\times h$.
L'aire du rectangle orange mesure $x\times h$ unités d'aires et représente 40% de celle du grand rectangle.

On doit donc avoir :

$$\frac{40}{100}\times(12+x)\times h = x\times h$$
d'où, en divisant les deux côtés de l'égalité par h(non nul) :
$$0,4\times(12+x) = x$$
$$\text{d'où } 0,4\times 12 + 0,4\times x = x$$
$$\text{d'où } 4,8 + 0,4x = x$$
$$\text{d'où } 4,8 + 0,4x = x$$
$$\text{d'où } 4,8 = x - 0,4x$$
$$\text{d'où } 4,8 = x(1-0,4)$$
$$\text{d'où } 0,6x = 4,8$$
$$\text{d'où } x = \frac{4,8}{0,6} = \frac{4,8\times\mathbf{10}}{0,6\times\mathbf{10}} = \frac{48}{6} = 8$$

On peut vérifier facilement que 8 est bien solution de l'équation de départ.

On constate par ailleurs que la valeur *h* n'a joué aucun rôle dans la résolution de l'équation.

x valant 8 quel que soit *h*, on peut affirmer que *x* est un entier pair, indépendant de la valeur de *h*.

Question n°18

Donald le milliardaire enrage. Il vient de compter ses hélicoptères et il constate qu'il en a 9 de moins que son grand rival Michael, mais si Michael lui en donnait la moitié des siens, Donald en aurait deux fois plus que Michael.

Le nombre d'hélicoptères de Donald est :

- A inférieur à 5
- B supérieur à 5
- C inférieur à 12
- D supérieur à 12
- E pair

Soit h le nombre d'hélicoptères de Donald.

Mickael en possède alors $h + 9$.

Si Mickael donnait la moitié des siens à Donald, Donald en aurait :

$$h + \frac{h+9}{2}$$

Et Mickael n'en aurait plus que :

$$\frac{h+9}{2}$$

D'après l'énoncé, Donald en aurait le double de Mickael, d'où :

$$h + \frac{h+9}{2} = 2 \times \frac{h+9}{2}$$

d'où, en multipliant de chaque côté de l'égalité par 2 :

$$\begin{aligned} \mathbf{2}\times\left(h + \frac{h+9}{2}\right) &= \mathbf{2}\times(h+9) \\ \text{d'où } \mathbf{2}\times h + \mathbf{2}\times\frac{h+9}{\mathbf{2}} &= \mathbf{2}\times h + \mathbf{2}\times 9 \\ \text{d'où } 2h + h + 9 &= 2h + 18 \\ \text{d'où } 3h - 2h &= 18 - 9 \\ \text{d'où } h &= 9 \end{aligned}$$

Donald possède 9 hélicoptères, soit un nombre supérieur à 5 et inférieur à 12.

Question n°19

Un nombre à trois chiffres s'écrivant *abc* fait des selfies sur la plage : regarde mon *a*, non nul bien sûr, contemple mon *b*, admire mon *c*, plus petit que *a*, alors je vous plais les twittos ? Arrive la vague du siècle. On retrouve le nombre en haut d'un arbre, ses chiffres inversés, il est devenu *cba*.

On peut affirmer que la différence entre les nombres s'écrivant *abc* et *cba* est un multiple de :

A 5

B 6

C 7

D 11

E 99

Dans notre système décimal, le nombre s'écrivant *abc* a comme chiffre des unités *c*, comme chiffre des dizaines *b*, et comme chiffre des centaines *a*.

Il vaut donc :

$100a + 10b + 1c$

Le nombre s'écrivant *cba* vaut :

$100c + 10b + 1a$

La différence *abc* – *cba* vaut alors :

$$\begin{aligned} &100a + 10b + c - (100c + 10b + a) \\ &= 100a + 10b + c - 100c - 10b - a \\ &= 100a - a + 10b - 10b + c - 100c \\ &= (100 - 1)\,a + (1 - 100)\,c \\ &= 99a - 99c \\ &= 99\,(a - c) \end{aligned}$$

qui peut s'écrire encore :

$$9 \times 11\,(a - c)$$

La différence entre ces deux nombres est donc un multiple de 11 et de 99 (et aussi de 9 et de 3 car 9 = 3 x 3).

Question n°20

Une équipe de crabes a perdu tous les matches de lancers de crevettes de la saison, sauf le 5e, le 10e, le 15e, etc. Elle n'a jamais fait match nul et a perdu 42 matches de plus qu'elle en a gagné.

Le nombre de matches perdus peut être :

- A pair
- B impair
- C multiple de 3
- D multiple de 7
- E multiple de 9

Méthode 1

D'après l'énoncé, l'équipe de crabes perd 4 matches, puis gagne 1 match, et ainsi de suite.

La phrase *« L'équipe […] a perdu 42 matches de plus qu'elle en a gagné »* nous incite à nous intéresser à la différence entre le nombre de matches perdus et le nombre de matches gagnés. Appelons la *d*.

A chaque match perdu, cette différence *d* augmente de 1. A chaque match gagné, elle diminue de 1.
En regroupant les matches par série de 5, la suite des premières valeurs de la différence *d* est :

1, 2, **3**, 4, **3** puis 4, 5, **6**, 7, **6** puis 7, 8, **9**, 10, **9** puis 10,11, **12**, 13, **12**, etc.

On entrevoit que chaque multiple de 3 apparaît deux fois, dans un même groupe de 5, en 3^{e} et 5^{e} positions.
Ce multiple de 3 vaut 3 fois le numéro du groupe : 3 x 1, puis 3 x 2, puis 3 x 3, puis 3 x 4, etc.

Or, précisément, la différence à laquelle on s'intéresse, 42, est un multiple de 3.
On a :

42 = 3 x 14

Donc, dans la 14^{e} série de 5 matches, la différence *d* vaudra tour à tour : 40, 41, **42**, 43, **42**

Le nombre de défaites sera alors, pour les 13 premières séries de 5 matches : 13 x 4 = 52

Au 3^{e} match de la 14^{e} série, *d* vaudra : 52 + 3 = 55, et au 5^{e} match de la 14^{e} série, *d* vaudra : 52 + 4 = 56

Les crabes ont pu perdre 55 ou 56 matches.

Méthode 2

On essaie de modéliser le problème à l'aide d'équations (algèbre).
Regroupons par 5 l'ensemble des parties jouées.

On aura ainsi *q* paquets de 5 parties et éventuellement *r* parties (perdues) en plus, *r* étant un entier positif strictement inférieur à 5.
Pour chaque paquet de 5 parties, les 4 premières sont perdues et la cinquième est gagnée.

Le nombre de parties gagnées sera donc *q* et le nombre de parties perdues sera 4*q* + *r*.

La différence entre ces nombres de parties doit être 42.
On a donc :

$$4q + r - q = 42$$
$$\text{d'où } 3q + r = 42$$
$$\text{d'où } r = 42 - 3q$$

Par ailleurs, on doit avoir $r \geq 0$ et $r < 5$.

r ≥ 0 donne

$$42 - 3q \geq 0$$
$$\text{puis } 3q \leq 42$$
$$\text{puis } q \leq \frac{42}{3}$$
$$\text{puis } q \leq 14$$

r < 5 donne

$$42 - 3q < 5$$