Drôles 2 maths !

S2

2021

20e édition

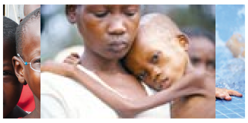
DROLES DE MATHS !

le concours de mathématiques des collégiens,

ludique et solidaire

CORRIGÉ 4e - 3e

au profit des enfants défavorisés



ACTION COLI'DAIRE

1 à 5 réponses correctes par question		CALCULATRICE INTERDITE
BAREME		
Crédit :	120 pts	OUTILS DE GEOMETRIE AUTORISES
Proposition correcte cochée :	+3 pts	
Proposition erronée cochée :	-2 pts	

EURO SPACE CENTER — EDITIONS DRÔLES DE... — MATH' CLIC

Email : contact@drolesdemaths.org // drolesdemaths.org

Question n°1

Allez c'est parti ! Pour bien commencer, voici la question nulle.
Attention, il y a plusieurs bonnes réponses.
Combien vaut le produit 1 x 0 x 0 x 0 x 0 x 0 x 0 ?

- A 1 000 000
- B 1 x 6 x 0
- C 1 + 6 x 0
- D 0
- E 0 x 0

Dans un produit, lorsque l'un des facteurs vaut 0, le produit vaut 0.

On a donc :

1 x 0 x 0 x 0 x 0 x 0 x 0 = 0

mais aussi :

1 x 6 x 0 = 0
0 x 0 = 0

En revanche, on a :

1 000 000 ≠ 0
1 + 6 x 0 = 1 + 0 = 1 ≠ 0

Le produit vaut donc 0, comme 1 x 6 et 0 x 0.

Question n°2

Toc, toc, c'est encore zéro.
En effectuant les calculs suivants, quels produits se terminent par quatre zéros ?

- A 200 x 100
- B 250 x 40
- C 125 x 80
- D 235 600 x 10
- E 0 x 0

On a :

200 x 100 = 20 000
250 x 40 = 25 x 4 x 10 x 10 = 100 x 100 = 10 000
125 x 80 = 125 x 8 x 10 = 1 000 x 10 = 10 000
235 600 x 10 = 2 356 000
0 x 0 = 0

Les produits qui se terminent par quatre zéros sont : 200 x 100, 250 x 40 et 125 x 80.

Question n°3

Les Cafaricides sont jaloux, ils possèdent trois fois moins de missiles anticafards que les Cafarophobes, qui eux en ont 126.
Combien les Cafaricides possèdent-ils de missiles anti-cafards ?

A 42

B 63

C 372

D 621

E Impossible de le dire

Trois fois moins de 126, c'est :

$$\frac{126}{3} = \frac{\cancel{3} \times 42}{\cancel{3}} = 42$$

Les Cafaricides possèdent 42 missiles anti-cafards.

Question n°4

Yo, c'est Parallélo. Je suis un parallélogramme. Pas mal, mais pas ouf non plus. Je viens de me faire égaliser les 4 côtés et poser des angles droits. Je kiffe.
Tu me reconnais ?

A 

B

C 

D 

E 

Je suis un parallélogramme avec 4 côtés de même longueur et au moins 1 angle droit, donc je suis un losange-rectangle, c'est-à-dire un carré.

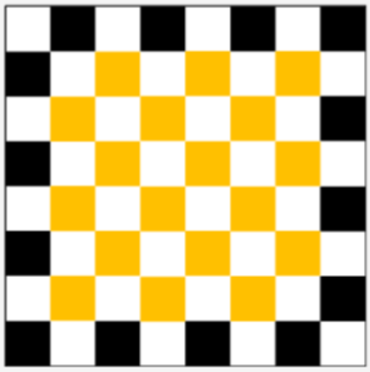
Parallélo est un carré.

Question n°5

Froid intense en Carractique. Pour se réchauffer, des carrés noirs et blancs se regroupent, comme les pingouins. Parmi les carrés noirs, il y a les planqués, ceux qui sont entourés de 4 cases blanches.

Combien y a-t-il de planqués ?

- A 18
- B 24
- C 32
- D 36
- E 64



Sur les deux lignes situées en haut et en bas du regroupement, les cases noires sont en contact avec 2 ou 3 cases blanches, jamais 4.

Sur chacune des 6 autres lignes, 3 cases noires sont en contact avec 4 cases blanches.

Les planqués sont donc :

6 x 3 = 18

Il y a 18 planqués, en contact avec 4 carrés blancs.

Question n°6

Ça t'aurait plu une vie de dauphin ? Crevettes à volonté, saltos avant, saltos arrière ! Et avec intelligence. En effet, la masse *m*, en grammes, du cerveau d'un dauphin femelle mesure environ 7/6ème de celle du cerveau de l'homme, 1 500g.

On peut dire que :

- A $m < 1\ 500$
- B $m > 1\ 500$
- C $m = 1\ 567$
- D $m = 1\ 670$
- E $m = 1\ 750$

7/6 représente une proportion plus grande que 1.

La masse *m* du dauphin est donc supérieure à celle de l'homme : $m > 1\ 500$.

La masse *m* du cerveau du dauphin est, en grammes :

$$m = \frac{7}{6} \times 1\ 500 = \frac{7 \times \cancel{3} \times 500}{2 \times \cancel{3}} = \frac{3\ 500}{2} = 1\ 750$$

La masse du cerveau d'un dauphin adulte est : 1 750g.

Question n°7

Le nombre n est né impair, c'est bien, impair, non ? Mais il veut à tout prix devenir pair. Bon, pourquoi pas. Il envisage une opération.
Quelle ou quelles opérations peuvent le rendre pair ?

- A $n - 1$
- B $n + 4$
- C $2n$
- D $2n + 1$
- E $n(n - 1)$

Puisque n est impair :

$n - 1$ est pair car il est la différence de deux nombres impairs : n et 1.

$n + 4$ est impair car il est la somme d'un nombre impair, n, et d'un nombre pair, 4.

$2n$ est pair car c'est un multiple de 2.

Du coup, $2n + 1$ est impair puisque $2n$ est pair.

$n(n - 1)$ est pair car c'est le produit d'un nombre impair n, et d'un nombre pair $n - 1$.

n étant une entier impair, les opérations qui peuvent le rendre pair sont : $n - 1$, $2n$ et $n(n - 1)$.

Question n°8

Un professeur de maths préhistorique brandit sa hache en silex et HAN, HAN, HAN ! Il découpe le cuissot de bison en 16 parts égales, une pour chaque élève de sa classe.
Puis il demande à l'élève Sapio : «Quelle proportion du cuissot représente chaque part ? »

- A $\frac{1}{8}$
- B $\frac{1}{16}$
- C 6,25%
- D 12,5%
- E 16%

Puisque toutes les parts sont égales et qu'il y en a 16, chacune représente la proportion $\frac{1}{16}$ du cuissot.

Quel pourcentage du cuissot cette proportion représente-t-elle ?

Méthode 1

On considère le premier pourcentage proposé, 6,25%.

On a :

$$6,25\% = \frac{6,25}{100}$$

Les fractions $\frac{6,25}{100}$ et $\frac{1}{16}$ sont-elles égales ?

On considère les « produits en croix ».

On a d'une part

6,25 x 16 = 6,25 x 2 x 8 = 12,5 x 8 = 100

et d'autre part

1 x 100 = 100

Les « produits en croix » sont égaux, donc les fractions sont égales.

Les autres pourcentages proposés, 12,5% et 16%, représentent des proportions du bison plus grandes que 6,25%, donc que $\frac{1}{16}$. Ils ne conviennent donc pas.

Méthode 2

Pour obtenir un pourcentage, on transforme la fraction $\frac{1}{16}$ en une fraction dont le dénominateur est 100.

On peut diviser 1 par 16 ce qui donne l'écriture décimale 0,0625, puis la fraction décimale $\frac{6,25}{100}$,

ou bien encore remarquer que :

$$\frac{1}{16} = \frac{1 \times 25}{16 \times 25} = \frac{25}{400} = \frac{2 \times 12,5}{2 \times 200} = \frac{2 \times 6,25}{2 \times 100} = \frac{6,25}{100}$$

Comme précédemment, les autres pourcentages ne conviennent pas.

Chaque part représente $\frac{1}{16}$ du cuissot, c'est-à-dire 6,25%.

Question n°9

Bug fait un trou dans la coque de son bateau pour attraper un poisson… Le bateau coule. Muni de sa bouée de sauvetage, il dérive alors à la vitesse moyenne de 2m/s vers la plage, située à 300m du lieu du naufrage.
Au bout de combien de temps atteindra-t-il la plage ?

- A 150m
- B 150s
- C 300s
- D 2min30s
- E 2,3min

Méthode 1

Bug et sa bouée se déplacent de 2m en 1s.

Par proportionnalité, on en déduit qu'ils se déplaceront de 2 x 150 = 300m en 1 x 150 = 150s.

Et sachant qu'une minute vaut 60s et en remarquant que 150 = 2 x 60 + 30, on a alors :

150s = 2min30s

Méthode 2

Bug et sa bouée se déplacent en direction de la plage à la vitesse moyenne V = 2m/s.

Appelons d la distance en mètres à parcourir jusqu'à la plage et t le temps nécessaire, en secondes.
On a :

d = 300m

On peut écrire (en mètres et en secondes) :

$$V = \frac{d}{t}$$

On cherche t.
Il vient, avec V = 2m/s et d = 300m :

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{300}{t} \\ \text{d'où } 2 \times t &= \frac{300 \times \cancel{t}}{\cancel{t}} \\ \text{d'où } \frac{\cancel{2} \times t}{\cancel{2}} &= \frac{300}{2} \\ \text{d'où } t &= 150 \end{aligned}$$

Bug atteindra la plage au bout de 150s, ou encore 2min30s.

Question n°10

En 3eZ, il y a les Zaunes, qui viennent en classe avec un zaune d'oeuf sur la tête, ils sont 14, et les Zteaks, avec un zteak en boucle d'oreille, ils sont 11.

Combien d'élèves de 3eZ doit-on croiser, au maximum, pour être certain de rencontrer deux Zaunes ?

- A 2
- B 3
- C 11
- D 12
- E 13

Le cas le plus défavorable, c'est lorsque les 11 premiers élèves rencontrés sont des Zsteaks.
Dans ce cas, les deux élèves suivants sont forcément des Zaunes.

On aura alors croisé 11 + 2 = 13 élèves.

Pour être certains de rencontrer deux Zaunes, il faut croiser, au maximum, 13 élèves de 3eZ.

Question n°11

En ces temps de Covid, Xylane manque de vitamine D. Le médecin préconise l'absorption de 3 harengs crus chaque fois que sur sa montre, le nombre de minutes affiché vaut sept fois le nombre d'heures affiché.

Combien Xylane doit-elle avaler de harengs chaque jour ?

- A 9 ou plus
- B 18
- C 21
- D 24
- E 27

Il y a 9 instants qui conviennent :

0h00, 01h07, 02h14, 03h21, 04h28, 05h35, 06h42, 07h49 et 08h56.

Donc, Xylane devra manger chaque jour au moins 9 fois du hareng, soif 9 harengs ou plus.

Comme elle doit en manger 3 à chaque fois, au total, elle en mangera chaque jour :

9 x 3 = 27

Chaque jour, Xylane devra avaler 27 harengs, soit 9 ou plus.

Question n°12

Cléopâtre prend chaque matin un bain royal. Sa modeste baignoire est un pavé (parallélépipède rectangle) de 10mx4mx1m, que ses domestiques remplissent à l'aide de jarres de 20L de royal élixir, de l'urine tiède de chameau. (rappel : 1L=1dm3).

Combien faut-il de jarres pour remplir la baignoire à ras bords ?

A plusieurs | B 20 | C 1 041
D 2 000 | E 40 000

On pressent que plusieurs jarres seront nécessaires car la baignoire de Cléopâtre a plutôt la taille d'une petite piscine et 20 litres de liquide seront loin d'être suffisants pour la remplir.

On calcule le volume *V* de la baignoire.

Comme celle-ci a la forme d'un pavé, il suffit de multiplier entre eux ses 3 côtés (*V* = *L* x *l* x *h*).

On obtient, en m^3 :

$V = 10 \times 4 \times 1 = 40m^3$

Sachant que $1m^3$ correspond à 1 $000dm^3$ (10dmx10dmx10dm) ou encore 1 000 litres, la contenance de la baignoire est donc :

$40 \times 1\,000 = 40\,000L$

Comme les jarres ont pour contenance 20l, le nombre de jarres nécessaire pour remplir la baignoire à ras bord est donc :

$$\frac{40\ 000}{20} = \frac{\cancel{20} \times 2\ 000}{\cancel{20}} = 2\ 000$$

Il faut plusieurs jarres pour remplir à ras bord la baignoire de Cléopâtre, il en faut exactement 2 000.

Question n°13

Au matin du 20 mai, le nez de Supermenteuse mesure 20cm. Elle ment tellement que son nez s'allonge de 15cm chaque jour. Il raccourcit de 5cm chaque nuit.

Au matin de quel jour le nez de Supermenteuse mesurera-t-il 3m ?

A 17 juin | B 18 juin | C 19 juin
D 20 juin | E 22 juin

Toutes les 24h, du matin au matin suivant, la taille du nez de Supermenteuse augmente de 15cm puis diminue de 5cm, donc augmente au total de 15 – 5 = 10cm.

Le matin du 1er jour, le nez mesure 20cm.
Pour atteindre la taille de 3m = 300cm, il doit donc croître de : 300 – 20 = 280cm.

Au rythme de 10cm par jour, il lui faudra donc 280 / 10 = 28 jours.

Quel jour serons-nous 28 jours après le 20 mai ?

> 11 jours après le 20 mai au matin, nous serons le 31 mai au matin.
>
> Puis 17 jours après, nous serons le 17 juin au matin, 28 jours se seront alors écoulés (11 + 17 = 28).

Le nez de Supermenteuse mesurera 3m le 17 juin au matin.

Question n°14

Poursuivie par un poulpe, Jenna essaie de fuir. Elle avance de 5 pas, tourne sur sa gauche de 120°, avance de 5 pas, tourne de 60° sur sa droite puis recule de 10 demi-pas. Mais le poulpe est toujours là !

Sa trajectoire a été : :

A Un parallélogramme
B Un triangle
C Un losange
D Un triangle équilatéral
E Un carré

Méthode 1

On constate, en réalisant un schéma, que la trajectoire de Jenna est un triangle dont chaque angle mesure 60°. C'est donc un triangle équilatéral.

La trajectoire de Jenna est un triangle, plus précisément un triangle équilatéral.

Question n°15

Ne sont acceptées au casting des moins de zéro que les expressions toujours strictement négatives, quelle que soit la valeur prise par le nombre non nul *a*.

Quelles expressions sont acceptées ?

A a
B $-a$
C $-a^2$
D $-(-a)^2$
E $-a^3$

a peut être positif ou nul, donc : a refusé.

$-a$ est l'opposé de a, donc, si $a \leq 0$, alors $-a \geq 0$: $-a$ refusé.

a^2 est toujours strictement positif ($a \neq 0$), donc son opposé, $-a^2$, est toujours strictement négatif : $-a^2$ accepté.

$(-a)^2$ est toujours strictement positif ($a \neq 0$), donc son opposé, $-(-a)^2$, est toujours strictement négatif : $-(-a)^2$ accepté.

$a^3 = a \times a \times a$ est du même signe que a, donc positif ou négatif selon les cas.
Du coup, il en est de même pour son opposé $-a^3$: $-a^3$ refusé.

Les expressions acceptées sont : $-a^2$, $-(-a)^2$.

Question n°16

Bob fait la poussière à l'extrémité d'une pale d'éolienne. Le vent se lève. Ah, ah, ah ! La pale mesurant r = 50m de long se met à tourner au rythme uniforme de 15 tours/min.

Quelle est la vitesse de déplacement de Bob ?

A 100πm/min

B 1 500πm/min

C 25πm/s

D 90πkm/h

E Plus de 250km/h

Agrippé à l'extrémité de la pale, Bob parcourt à chaque tour un cercle de rayon r = 50m, dont le périmètre *P*, en mètres, est :

$P = 2\pi r = 2\pi \times 50 = 100\pi$m

L'éolienne effectuant 15 tours par minute, Bob parcourt à chaque minute la distance, en mètres :

$d = 15P = 15 \times 100\pi = 1\ 500\pi$m

Sa vitesse en m/min est donc :

$V = \frac{d}{t} = \frac{1\ 500\pi}{1} = 1500\pi$m/min.

Puisque 1min = 60s, cette vitesse peut aussi s'écrire, en m/s :

$V = \frac{1\ 50\cancel{0}\pi}{6\cancel{0}} = \frac{\cancel{6}\times25\pi}{\cancel{6}} = 25\pi m/s$

Puisque 1m $= \frac{1}{1\ 000}$km et 1min $= \frac{1}{60}$h, cette vitesse de 1 500πm/min peut encore s'écrire, en km/h :

$V = 1\ 500\pi \times \frac{\frac{1}{1\ 000}}{\frac{1}{60}} = 1\ 5\cancel{00}\pi \times \frac{1}{1\ \cancel{000}} \times \frac{6\cancel{0}}{1} = 15 \times 6\pi = 90\pi$km/h

Comme π est plus grand que 3 (π ≈ 3,14), 90π est alors plus grand que 90 x 3 = 270.
La vitesse de Bob est donc plus élevée que 270km/h, et par conséquent que 250km/h.

La vitesse de déplacement de Bob est de 1 500πm/min, 25πm/s ou encore 90πkm/h, soit un peu plus de 250km/h.

Question n°17

Léa en a marre de sa tête. Elle veut remplacer par une prothèse soit une oreille, soit une mâchoire, soit un oeil. La prothèse peut être en gélatine, en mousse ou en bois. Elle peut être soit recyclable, soit biodégradable. Si Léa veut une prothèse en mousse, ce ne sera pas une mâchoire, et si elle la veut en gélatine ou en bois, elle sera biodégradable.

Combien Léa a-t-elle de possibilités pour sa prothèse ?

A 10

B 11

C 14

D 15

E Pas plus de 18

Au maximum, Léa a 3 choix pour la partie à changer : oreille, mâchoire, œil.
Pour chacun de ses choix, elle a ensuite 3 choix pour le matériau : gélatine, mousse ou bois.
Enfin, il lui reste 2 choix possibles : recyclable ou biodégradable.

Finalement, au total, le nombre de choix possible est :

3 x 3 x 2 = 18

Dans tous les cas, Léa n'aura pas plus de 18 choix possibles.

On peut recenser dans un tableau (ou un arbre) les différentes possibilités, puis on élimine les mâchoires en mousse, ainsi que les prothèses en gélatine ou en bois recyclables (en rouge).

	Gélatine		Bois		Mousse	
Oreille	R	B	R	B	R	B
Machoire	R	B	R	B	R	B
Oeil	R	B	R	B	R	B

Il reste alors 10 possibilités (en vert).

Léa n'a pas plus de 18 possibilités pour sa prothèse, elle en a exactement 10.

Question n°18

Jade élève des cyber-rats. Pour se procurer 3 douzaines de cyber-rats, elle doit donner autant de cyber-euros que le nombre de cyber-rats qu'elle aurait avec 25 cyber-euros. C'est cyber-clair ?

Que peut-on dire de *p*, le prix en cyber-euros d'une douzaine de cyber-rats ?

A $p = 8$

B $p = 9$

C $p = 10$

D $p = 11$

E $9p^2 = 900$

On pourrait tester une à une les différentes propositions de réponse, mais essayons plutôt de traduire ce problème en une équation mathématique.

D'après l'énoncé, le prix en euros d'une douzaine de canettes est *p*.

Donc, 36 canettes, c'est-à-dire 3 douzaines, valent 3*p* euros.

D'après l'énoncé, 3*p* canettes coûtent 25 euros.

On peut établir le tableau suivant :

Nombre de canettes	36	3*p*
Prix en Euros	3*p*	25

En l'absence d'indications, on considère que les prix sont proportionnels aux nombre de canettes.

On doit donc avoir :

$$\frac{3p}{36} = \frac{25}{3p}$$

On se « débarrasse » des dénominateurs en multipliant chaque membre de l'égalité par 3*p* x 36, on obtient :

$$\frac{3p}{\cancel{36}} \times 3p \times \cancel{36} = \frac{25}{\cancel{3p}} \times \cancel{3p} \times 36$$
$$\text{d'où } 9p^2 = 25 \times 4 \times 9$$
$$\text{d'où } 9p^2 = 900$$
$$\text{d'où } p^2 = \frac{900}{9} = 100$$

Il n'y a que deux nombres dont le carré vaut 100 : 10 et -10.

Comment interprète-t-on ce résultat ?

p est un nombre de canettes (forcément positif), on ne retient donc que la solution positive.

l2 canettes valent 10 euros.

On peut dire de *p* que : $9p^2 = 900$ et $p = 10$.

Question n°19

Johanna est biscuitologue. Elle examine les restes d'un biscuit victime d'un accident de yoyo. Pour le reconstituer, elle doit calculer la somme des angles du biscuit initial, en forme d'hexagone.
Combien vaut cette somme ?

A 180°

B 530°

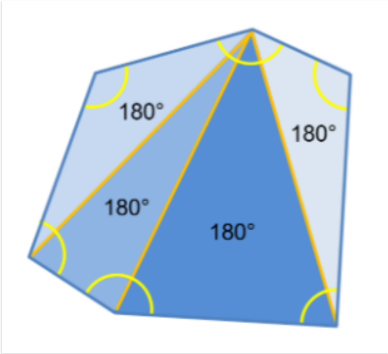
C 540°

D 720

E 730

Nous allons démontrer un résultat qui est vrai quelle que soit la forme de l'hexagone, pourvu qu'il soit « non croisé » (ce qui est le cas pour un biscuit).

Choisissons au hasard un sommet de l'hexagone et relions-le par des segments aux trois sommets avec qui il n'est pas « voisin » (schéma ci-contre).



On voit apparaître quatre triangles dans lesquels on sait que la somme des angles vaut 180°.

La somme des angles de l'hexagone est égale à la somme des angles des quatre triangles, soit :

4 x 180 = 720°

La somme des angles du biscuit vaut 720°.

Question n°20

Un nombre entier à quatre chiffres se fait réprimander par la direction pour mauvaise conduite. On lui soustrait successivement chacun de ses chiffres.

Le résultat est toujours :

- A pair
- B impair
- C multiple de 3
- D multiple de 7
- E multiple de 9

Devant un problème un peu « obscur », les mathématiciens commencent souvent par tester quelques exemples, pour « sentir » un peu ce qu'il se passe.

Et bien allons-y, ne nous gênons pas !

Prenons par exemple le nombre 1 000 et enlevons-lui ses chiffres, c'est-à-dire 1, 0, 0 et 0. On obtient :

$$1\,000 - 1 - 0 - 0 - 0 = 999$$

On constate déjà que le résultat n'est pas pair, mais est multiple de 3 et de 9. Peut-être de 7.

Avec le nombre 1 010, on obtient le nombre :

$$1\,010 - 1 - 1 = 1\,008$$

Le résultat est cette fois pair, et aussi multiple de 3 et 9, puisque la somme de ses chiffres est multiple de 3 et 9. Pour 7, faut voir.

Bon, on commence à sentir quelques bonnes ondes, mais même si on traite 1 000 exemples, on ne pourra toujours pas affirmer quelque chose concernant le cas général.

Donc maintenant, passons au cas général.

Appelons *abcd* un nombre s'écrivant avec les quatre chiffres *a*, *b*, *c* et *d*.
a est non nul car sinon, le nombre peut s'écrire avec seulement les trois chiffres *b*, *c* et *d*.

Dans notre système décimal, ce nombre a pour valeur :

$1\,000a + 100b + 10c + d$ (comme par exemple $2\,548 = 2 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 \times 1$)

Lorsqu'on lui enlève ses quatre chiffres, on obtient le nombre :

$$\begin{aligned}
&1\,000a + 100b + 10c + d - a - b - c - d \\
&= 1\,000a - a + 100b - b + 10c - c + d - d \\
&= a(1\,000 - 1) + b(100 - 1) + c(10 - 1) \\
&= 999a + 99b + 9c \\
&= 9 \times 111a + 9 \times 11b + 9 \times c \\
&= 9 \times (111a + 11b + c)
\end{aligned}$$

Et bien en voilà un beau multiple de 9, et donc de 3, puisque $9 = 3 \times 3$!
Et ce, sans que les valeurs de *a*, *b*, *c* et *d* ne jouent un rôle quelconque.

Bon, allez pour 7, on fait un petit effort, en reprenant le premier exemple.
On le décompose en multiples de 7 (technique maison brevetée !).
On a :

$$999 = 700 + 280 + 14 + 5 = 7 \times 100 + 7 \times 40 + 7 \times 2 + 5 = 7 \times (100 + 40 + 2) + 5 = 7 \times 142 + 5$$

On reconnaît la division euclidienne de 999 par 7 : quotient 142, reste 5.
Le reste n'étant pas nul, 999 n'est pas un multiple de 7.

Nous avons donc établi que le résultat obtenu en soustrayant ses quatre chiffres à un nombre de 4 chiffres est forcément un multiple de 3 et de 9.