S1

2022

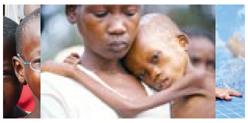
21e édition

DROLES DE MATHS !

le concours de mathématiques des collégiens,
ludique et solidaire

CORRIGÉ 6e - 5e

au profit des enfants défavorisés



1 à 5 réponses correctes par question BAREME		CALCULATRICE INTERDITE
Crédit :	120 pts	OUTILS DE GEOMETRIE AUTORISES
Proposition correcte cochée :	+3 pts	
Proposition erronée cochée :	-2 pts	

Email : contact@drolesdemaths.org // drolesdemaths.org

Question n°1

Au collège Drôles de Maths, en passant devant le panneau ci-contre, chacun doit effectuer sa plus belle grimace. Allez, c'est à toi !
En langage mathématique, quelle est la forme du contour du panneau ?

- A Un angle
- B Un cercle
- C Un triangle
- D Un carré
- E Un losange

La forme du contour du panneau est un cercle, bien entendu.

Question n°2

Ave candidatus ! On prétend qu'il y a 2 000 ans déjà, à l'époque de l'empereur César, les élèves romains participaient au célèbre concours Drolus Mathematicus.
Sur leurs copies, quelles lettres majuscules pouvaient représenter des chiffres ?

- A I
- B V
- C X
- D C
- E D

Les 5 lettres sont des chiffres romains :

- I -> 1
- V -> 5
- X -> 10
- C -> 100
- D -> 500

Les autres chiffres romains sont :

- L -> 50
- M -> 1 000

Sur les copies des élèves romains, I, V, X, C et D pouvaient représenter des chiffres romains.

Question n°3

Chaque matin, Jean-Croque absorbe 5 crocodiles, croquants à l'extérieur, tendres à l'intérieur, un régal ! Jean-Croque, c'est mon animal de compagnie, un tyrannosaure.

Combien de crocodiles Jean-Croque mange-t-il en mars ?

A 30

B 31

C Plus de 31

D 150

E 155

Puisque Jean-Croque ingurgite 5 crocodiles chaque matin, il en consommera pendant le mois de mars qui comporte 31 jours :

$$31 \times 5 = 155$$

En mars, Jean-Croque mange plus de 31 crocodiles, 155 exactement.

Question n°4

Pour faire la poussière dans son tipi, le grand chef indien Œil de Lynx possède 7 queues de bisons. C'est 3 de moins que sa cousine Dent de Louve.

Combien Dent de Louve possède-t-elle de queues de bisons ?

A 3

B 7 - 3

C 4

D 7 + 3

E 10

Si Œil de Lynx possède 3 queues de bisons de moins que Dent de Louve, c'est que Dent de Louve en possède 3 de plus que Œil de Lynx, qui lui, en possède 7.

On a :

$$7 + 3 = 10$$

Dent de Louve possède donc 7+3 queues de bisons, c'est-à-dire 10 queues de bisons.

Question n°5

Pour limiter ses échanges de chaleur avec l'extérieur, un éco-pentagone fait réduire chacun de ses 5 côtés de 1cm.

De combien varie son périmètre ?

A -25cm
B -5cm
C -1cm
D 0cm
E 1cm

Un pentagone possède 5 côtés.

Son périmètre est la somme des longueurs de ses 5 côtés.

Si chaque côté diminue de 1cm, le périmètre diminue de :

$5 \times 1 = 5$cm

Le périmètre de l'éco-pentagone varie de -5cm.

Question n°6

Adhésia est chef scotcheuse chez Drôles de Maths, un métier d'avenir ! Aujourd'hui, elle doit envoyer les enveloppes contenant les sujets à 500 collèges, une enveloppe par collège, sauf pour les 100 collèges qui ont inscrit beaucoup d'élèves et pour lesquels il faut deux enveloppes.

Combien d'enveloppes doit-elle scotcher ?

A 100
B 400
C 500
D Plus de 500
E 600

Puisqu'il y a 500 collèges, dont certains ont besoin de 2 enveloppes, Julia devra forcément préparer plus de 500 enveloppes.

Les collèges nécessitant une enveloppe sont :

> 500 - 100 = 400
> soit 400 enveloppes.

Pour les 100 autres collèges, il faut 2 enveloppes par collège, soit :

> 100 × 2 = 200 enveloppes.

Et finalement au total :

> 400 + 200 = 600 enveloppes.

Julia doit scotcher plus de 500 enveloppes, très exactement 600.

Question n°7

Prêt ? Vas-y, fais le tour de ce sujet avec ton index droit. Allez ! Tu as réussi ? Bravo ! Ton sujet est un rectangle de côtés 20cm sur 30cm. Imagine maintenant que 100 000 candidats aient fait comme toi.

Quelle serait la distance totale parcourue par les 100 000 index ?

- A 20+30cm
- B 2 × (20+30)cm
- C 10 000dam
- D 100 000x1m
- E 100km

En faisant le tour d'un sujet rectangulaire, un index parcourt :

> 20 + 30 + 20 + 30 = 100cm = 1m

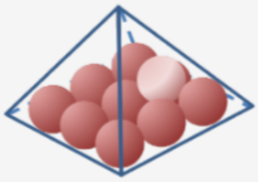
Et 100 000 index parcouraient donc :

> 100 000 × 1m = 10 000dam = 100km

La distance totale parcourue par 100 000 index serait 100 000 × 1m, 10 000dam ou encore 100km.

Question n°8

Petit Kheops commence à construire une pyramide en empilant des billes en terre cuite. Il poursuit la construction ci-contre en plaçant des billes dans les creux formés par les billes situées au-dessous.



« Eh, Papy Khéops, de combien de billes sera faite ma pyramide lorsqu'elle sera terminée ? »

A 4

B 10

C 13

D 14

E 27

Au premier niveau, on a :

3×3 = 9 billes ;

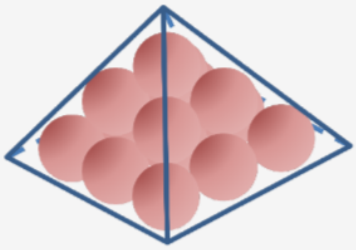
Au deuxième niveau, on aura :

2×2 = 4 billes ;

Au troisième niveau, on aura :

1 bille.

Soit au total : 9 + 4 + 1 = 14 billes.



La pyramide de Petit Kheops sera faite de 14 billes.

Question n°9

« Ah, mon Jean-Edmond, j'hésite… vraiment, j'hésite, s'exclame Marie-Touillette. On m'a dit, prends celles qui valent 1. Mais diable, comment les reconnaître ? Ah, je défaille ! »

Peux-tu aider Marie-Touillette, quelle(s) expression(s) valent 1 ?

A 7 - 7 + 7 / 7

B (7 + 7) / (7 + 7)

C (7 × 7) / (7 × 7)

D (7 / 7) × (7 / 7)

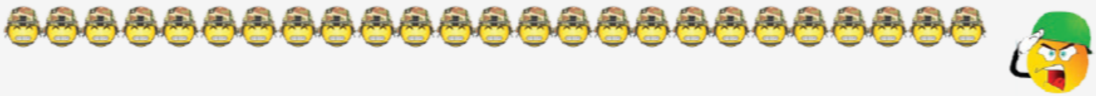
E 7 + 7 / 7 - 7

On a, en respectant les priorités (parenthèses, puis multiplication et division, puis additions et soustractions) :

$7 - 7 + 7 / 7 = 7 - 7 + 1 = 0 + 1 = 1$
$(7 + 7) / (7 + 7) = 1 / 1 = 1$
$(7 \times 7) / (7 \times 7) = 49 / 49 = 1$
$(7 / 7) \times (7 / 7) = 1 \times 1 = 1$
$7 + 7 / 7 - 7 = 7 + 1 - 7 = 8 - 7 = 1$

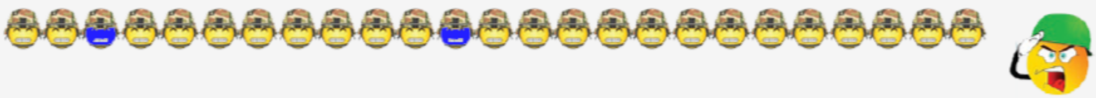
Toutes ces expressions valent 1.

Question n°10



25 soldats sont alignés, main dans la main. Le 3^{e} et le 12^{e} en partant de la gauche écoutent du rap, en cachette. Le commandant se met à fumer par les oreilles ; au 3^{e}, il ordonne : « Avec ta brosse à dents, va nettoyer l'écurie. » Et au 12^{e} : « Avec ton casque, déplace cette montagne de crottin au fond de la cour. Exécution ! » Les autres soldats, pétrifiés, restent immobiles.
Parmi eux, combien tiennent deux mains ?

A 2
B 4
C 17
D 19
E 25



Une fois les corvées attribuées, il reste dans les rangs 23 soldats, dont 6 n'ont plus qu'un voisin : les 2 situés aux extrémités de la rangée, et les 4 dont le voisin a été retiré.

On a :

$23 - 2 - 4 = 17$

Parmi les soldats ayant échappé aux corvées, 17 tiennent deux mains.

Question n°11

Un pou se prenant pour une poule et une poule se prenant pour un pou ont donné naissance à devinez quoi ? des poupoules. Parmi ces poupoules, 3 filles ; chacune d'entre elles a 5 frères.
Combien y a-t-il de poupoules ?

A 3
B 5
C 8
D 10
E 15

Si chaque poupoule fille a 5 frères, c'est que la famille comporte 5 fils.

Ajoutés aux 3 filles, cela fait 3 + 5 = 8 poupoules.

Il y a 8 poupoules.

Question n°12

C'est la journée du poney. Dans un tournoi équitable, chacun des 32 poneys est porté par son cavalier ou sa cavalière. À chaque tour, chaque poney rencontre un autre poney en duel, le perdant est définitivement éliminé.
Combien de duels seront nécessaires pour connaître le vainqueur ?

A 16
B Plus de 16
C 31
D 32
E 32 × 31

Comme il y a 32 poneys, au premier tour, il y aura 16 duels qui désigneront 16 vainqueurs.

Puis, les vainqueurs s'affronteront en duels, donc il y a aura forcément plus de 16 duels au total.

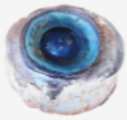
1er tour -> 32 poneys -> 16 duels -> 16 vainqueurs
2e tour -> 16 poneys -> 8 duels -> 8 vainqueurs
3e tour -> 8 poneys -> 4 duels -> 4 vainqueurs
4e tour -> 4 poneys -> 2 duels -> 2 vainqueurs
5e tour -> 2 poneys -> 1 duel -> 1 vainqueur

Le nombre de duels pour l'ensemble du tournoi est :

16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31

Plus de 16 duels seront nécessaires pour connaître le vainqueur du tournoi, 31 exactement.

Question n°13



Ce que le Chef cuisinier Leborgne apprécie dans le thon, c'est l'oeil gauche, nappé d'un écrasé de crevettes, un délice. Il trempe l'oeil 4 minutes dans l'eau bouillante. S'il utilise un couvercle, 3 minutes suffisent.

Quelle proportion d'énergie économise-t-il en utilisant un couvercle ?

A 1/4 B 1/3 C 3/4

D 20% E 25%

Avec un couvercle, le Chef gagne 1 minute sur 4 minutes, soit 1/4 du temps.

On a :

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

En utilisant un couvercle, Chef Leborgne économise 1/4 du temps de cuisson, soit 25%.

Question n°14

Leïla est championne de handisport. Dans sa commode on trouve des prothèses, 3 paires de pieds en carbone et 3 paires en titane. Dans l'obscurité, elle prend au hasard des pieds dans son tiroir, des pieds gauches ou droits.

Combien doit-elle en prendre, au minimum, pour être certaine d'obtenir une paire de pieds (gauche et droit) du même matériau ?

A Au moins 2 B 4 C 6

D 7 E 12

Pour obtenir une paire de pieds, il faut bien sûr en prélever au moins 2.

Il faut envisager le cas le plus défavorable, c'est-à-dire le cas où Leïla extrait d'abord 6 pieds gauches, ou 6 pieds droits. Ou encore 3 pieds gauches en carbone et 3 pieds droits en kevlar. Il lui faut en choisir un septième pour obtenir une paire de pieds du même matériau.

Pour être certaine d'obtenir une paire de pieds (gauche et droit) du même matériau, Leïla doit prélever dans son tiroir au moins deux pieds, et dans le cas le plus défavorable, 7 pieds.

Question n°15

« Bonjour, Professeur Tétard, expert en tétralogie. Où sont les squelettes ? Très bien. Ah… on a un problème, il y a des imposteurs. »

Exemple de tétraèdre
(volume à 4 faces triangulaires)

Par pliage le long des arêtes, quelle(s) figure(s) permet(tent) de reconstituer un tétraèdre ?

A 

B 

C 

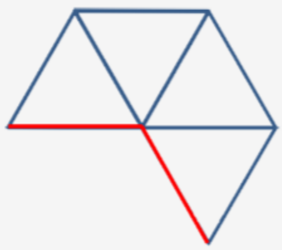
D 

E 

Comme on peut le voir sur l'exemple, dans un tétraèdre, chaque sommet est lié à 3 faces.

C'est pourquoi les figures en positions B et E ne peuvent pas représenter un tétraèdre, un des sommets étant lié à 4 faces.

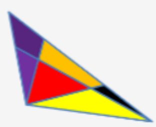
Les autres figures sont bien des patrons de tétraèdres.
Le lecteur peut les reproduire, les découper puis les plier le long de leurs arêtes pour s'en convaincre.



Trois figures permettent par pliage de reconstituer un tétraèdre, la première, la troisième et la quatrième.

Question n°16

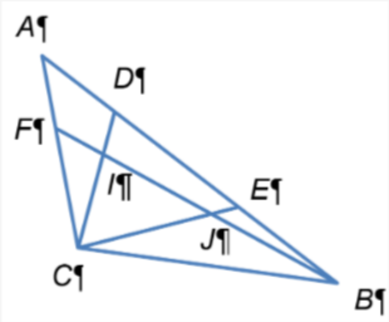
Pour paraître plus féroce, Perfida souhaite se faire triangulariser les yeux. Le Professeur Sournois lui propose le modèle ci-contre.



Combien cette forme géométrique comporte-t-elle de triangles différents ?

- A Plus de 9
- B 12
- C 13
- D 14
- E 15

Afin de ne pas oublier de triangles, dessinons une figure, nommons les intersections de segments et comptons les triangles de manière méthodique.



Commençons par les triangles de sommet A : (ADC), (AEC), (ABF), (ABC).
Il y en a 4.

Continuons avec les triangles de sommet B, en négligeant ceux qui ont aussi pour sommet A, que l'on a déjà comptés : (BDC), (BEC), (BJE), (BJC), (BID), (BIC), (BFC).
Il y en a 7.

Puis les triangles de sommet C, en négligeant ceux qui ont aussi pour sommet A ou B : (CFI), (CFJ), (CDE), (CIJ).
Il y en a 4.

Il n'y aucun autre triangle sur la figure qui n'ait pas A, B ou C comme sommet.

On a au total :

$$4 + 7 + 4 = 15$$

Cette forme géométrique comporte au moins 9 triangles, 15 exactement.

Question n°17

« - Dis-moi, Tulla, depuis que le cours a commencé il y a 0,25h et 30min, tu as un crayon coincé dans ta narine droite. - Oui Monsieur, c'est parce que ma trousse est pleine. »
Depuis combien de temps la narine droite de Tulla Danlenay sert-elle de porte-crayon ?

- A 3/4h
- B 25,30h
- C 30,25min
- D 30,25h
- E 55min

0,25h, c'est 1/4h, ou encore 1/4×60 = 15min.

Ajoutées à 30min, cela fait 15+30 = 45 min, soit 3/4h.

Tulla a un crayon dans sa narine droite depuis 3/4h.

Question n°18

La lettre X se promène pépère. Oups, elle se prend les pattes dans un quadrillage : « Au secours, lâchez-moi, je suis innocente ! » s'écrie-t-elle.

Quelle proportion du carré quadrillé ci-contre occupe-t-elle ?

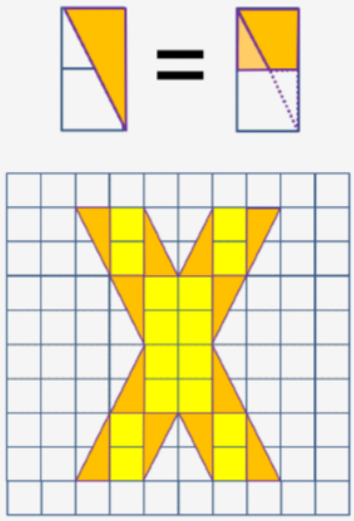
A Plus de 50%

B 24/100

C 35%

D 7/25

E 28%



Visuellement, on pressent tout de suite que la lettre X occupe moins de 50% de la surface du carré quadrillé.

Comme les unités ne sont pas précisées, prenons comme unité d'aire un petit carré.

L'aire du carré quadrillé, en petits carrés, est : 10 x 10 = 100.

Concernant la lettre X, l'idée est de la décomposer en petits carrés et en petits triangles dont on connaît l'aire.

On constate que l'aire de chaque triangle orange est identique à celle d'un petit carré.

Ainsi, si l'on ajoute les aires des 12 triangles orange et des 16 carrés jaunes, on obtient : 12 + 16 = 28 petits carrés.

Rapportée à l'aire du carré quadrillé, cela représente la proportion :

$$\frac{28}{100} = 28\%$$

ou encore

$$\frac{28}{100} = \frac{\cancel{4}\times 7}{\cancel{4}\times 25} = \frac{7}{25}$$

La proportion du carré quadrillé occupée par la lettre X est 28%, ou encore 7/25.

Question n°19

Salut, c'est Kouroukoukou, magicien de l'extrême. « Stach-stach, attrape tous les entiers de 1 à 12, et « fous-les dans ma cagoule ». Bravo Stach-stach ! Maintenant mets un coup de bûche sur ma cagoule et je te donne leur somme...non, leur produit. »

Combien vaut ce produit ?

A 160 070 094

B 610 709 040

C 479 001 600

D 607 901 004

E 917 604 100

Le produit des 12 nombres est : 1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 × 7 × 8 × 9 × 10 × 11 × 12.

Ce nombre est forcément un multiple de 2, de 5 et de 10, donc de 2 x 5 x 10 = 100. Il se termine donc par 00. Les propositions de réponse qui peuvent convenir sont donc :
479 001 600 et 917 604 100.

Par ailleurs, ce produit est également un multiple de 9, donc la somme de ses chiffres doit être égale à 9.
Ce n'est pas le cas du nombre 917 604 100, dont la somme des chiffres, 9 + 1 + 7 + 6 + 0 + 4 + 1 + 0 + 0 = 28, n'est pas un multiple de 9.

La seule proposition de réponse qui convient est donc : 479 001 600.

Le produit 1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 × 7 × 8 × 9 × 10 × 11 × 12 vaut 479 001 600.

Question n°20

On procède à un lâcher de mouches. Arrivent Hirondelle, Rouge-Gorge et Moineau : c'est un carnage. Moineau gobe 20 mouches à la minute alors que Rouge-Gorge en gobe 50. Rouge-Gorge met 36min de moins que Moineau pour dévorer un nuage de mouches, mais 20min de plus qu'Hirondelle pour dévorer ce même nuage.
Combien de mouches Hirondelle dévore-t-elle en moyenne, en une minute ?

- A 56
- B 70
- C 300
- D 400
- E 1 200

Méthode 1 (arithmétique)

Prenons le point de vue du Rouge-Gorge.
Puisqu'il met 20 minutes de plus qu'Hirondelle pour dévorer un nuage, il met forcément plus de 20 minutes.

Supposons qu'il mette 21 minutes.
Au bout de 21 minutes, il aurait consommé :

$21 \times 50 = 1\,050$ mouches (50 par minute)

De son côté, Moineau, en 36 minutes de plus, soit $21 + 36 = 57$ minutes, aurait consommé :

$57 \times 20 = 1\,140$ mouches (20 par minute)

À la 21e minute, Rouge-Gorge aura donc consommé $1\,140-1\,050 = 90$ mouches de moins que Moineau.
Ce qui montre qu'à la 21e minute, Rouge-Gorge n'a pas fini de gober toutes les mouches du nuage.

À chaque nouvelle minute qui passe, Rouge-Gorge consomme 50 mouches alors que Moineau n'en consomme que 20. La différence est de 30 par minute.
Comme il y a une différence de 90 mouches à combler, il faudra encore 3 minutes.
C'est donc au bout de $21 + 3 = 24$ minutes que Rouge-Gorge aura gobé toutes les mouches du nuage, à savoir : $24 \times 50 = 24 \times 100 / 2 = 1\,200$ mouches

D'après l'énoncé, pour ce même nuage de 1 200 mouches, Hirondelle mettrait 20 minutes de moins, soit : $24 - 20 = 4$ minutes.
Et donc, en moyenne, un une minute, elle dévorerait : $1\,200 / 4 = 300$ mouches

Hirondelle dévore en moyenne 300 mouches par minute.

Méthode 2 (algébrique)

Appelons m le nombre de mouches d'un nuage.

Moineau goberait ce nuage en $m/20$ minutes.
Rouge-Gorge goberait ce même nuage en $m/50$ minutes.

D'après l'énoncé, Moineau mettrait 36 minutes de plus, donc on aurait :

$m / 20 = m / 50 + 36$

En multipliant les deux membres de l'égalité par 100, on obtient :

$m \times 100 / 20 = m \times 100 / 50 + 36 \times 100$ d'où $5m = 2m + 3\,600$

puis, en enlevant 2m des deux côtés de l'égalité :

$5m - 2m = 2m - 2m + 3\,600$
d'où $3m = 3\,600$
d'où $m = 3\,600/3$
d'où $m = 1\,200$

Le temps mis par Rouge-Gorge pour gober ce nuage de mouches serait alors, comme vu plus haut :

$m / 50 = 1\,200 / 50 = 1\,200 \times 2 / 100 = 24$ minutes

D'après l'énoncé, pour ce même nuage de m=1 200 mouches, Hirondelle mettrait 20 minutes de moins, soit :

$24 - 20 = 4$ minutes.

Et donc, en moyenne, un une minute, elle dévorerait :

$1\,200 / 4 = 300$ mouches